



Université
de Rennes

Arithmétique

Séance 2 – Géométrie

1 Rituel

Soient A et B deux points de (notre) espace affine usuel \mathcal{E} .
Montrer que I est milieu du segment $[AB]$ si, et seulement si, pour tout point $M \in \mathcal{E}$,

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$$

2 Travail en séance

Exercice 1 [Fonction vectorielle de Leibniz]

On se place dans notre espace euclidien usuel \mathcal{E}

1. On explore ici la fonction vectorielle de LEIBNIZ

- Définir ce qu'est, un *système de points pondérés*, puis, la *fonction vectorielle de Leibniz* associée à ce système de points pondérés.
- Pour un système de points pondérés donné. Établir une *condition nécessaire et suffisante* pour que la fonction soit bijective ; donner une définition du *barycentre d'un système de points pondérés*, ainsi que ses propriétés, dont celle d'homogénéité.

2. Démontrer que la droite (AB) est l'ensemble des barycentres des points A et B.

3. On désigne par *isobarycentre d'un système de points* le barycentre des points affectés du même poids. Déterminer la position,

- de l'isobarycentre de trois points A, B et C (non alignés) du plan ;
- de l'isobarycentre de quatre points A, B, C et D (non coplanaires) de l'espace ;

Exercice 2 [Barycentres et coordonnées]

On se place dans notre espace euclidien usuel \mathcal{E}

1. On dit que, *Un espace affine est l'ensemble des barycentres des points de l'un de ses repères affines ; coordonnées et coordonnées barycentriques.*

- Vérifier cette proposition dans le cas où l'espace affine considéré est de dimension 2 ou 3.
- Démontrer ce résultat.

— Qu'appelle-t-on les *coordonnées barycentriques d'un point* ?

2. Étant donné un repère barycentrique (A, B, C) , les points $P = (p_1, p_2, p_3)$, $Q = (q_1, q_2, q_3)$, et $R = (r_1, r_2, r_3)$, sont alignés si, et seulement si, $\det(P, Q, R) = 0$.
3. Retrouver la partie directe de la démonstration du théorème de MÉNÉLAÛS.

3 Travail à faire

Préparer une présentation orale du théorème de Céva et de son illustration à travers une situation problème ; un énoncé d'exercice qui ne résout pas de tête !