



Université  
de Rennes

Arithmétique

Séance 4 – Géométrie

## 1 Rituel

**Énoncé :**

ABC est un triangle (non aplati). En utilisant les propriétés des *angles alternes-internes*, prouver que :  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$  est un angle plat.

## 2 Travail en séance

### Exercice 1 [Relations métriques dans le triangle]

---

On se place dans le plan euclidien usuel  $\mathcal{P}$

1. Soit  $\theta$  une mesure angulaire. Faire des propositions de définition de  $\cos \theta$ , en indiquant bien les pré-requis de la définition et le niveau scolaire visé.
2. Énoncer le théorème de PYTHAGORE ; proposer deux démonstrations avec les pré requis.
3. Proposer deux plans structurés sur la leçon « produit scalaire dans le plan », avec deux axiomatiques bien différentes.

### Exercice 2 [Relations métriques et équations]

---

On se place dans notre plan euclidien usuel  $\mathcal{P}$  ou notre espace euclidien usuel  $\mathcal{E}$  ; c'est d'ailleurs toute la question de se demander ce que cela peut bien vouloir signifier...

1. Établir les deux systèmes fondamentaux du triangle ; les *relations d'AL-KASHI* d'une part, et la *relation des sinus*, d'autre part. En déduire une condition nécessaire et suffisante permettant la construction unique (à isométrie près) d'un triangle, disons ABC.
2. On se place dans l'espace  $\mathcal{E}$  dans lequel on considère un plan  $\Pi$ . Qu'est-ce qui le définit ? Et comment obtenir une équation ou un système d'équations de celui-ci, en supposant notre espace muni de sa base canonique  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ?
3. On considère qu'une équation du plan  $\Pi$  est  $ax + by + cz + d = 0$  (le triplet  $(a, b, c)$  étant non identiquement nul). Déterminer une formule calculant la distance d'un point  $M_0$  de coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$  dans  $\mathcal{E}$ .

### 3 Travail à faire

- Dans l'espace, on parle volontiers d'équation cartésienne d'un plan ; quelle est sa forme générique, puis en déduire le calcul de la distance d'un point à un plan. Toujours dans l'espace, quelle représentation cartésienne a-t-on de la droite ; peut-on parler d'équation cartésienne de droite ?
- Présenter les corrections des exercices de géométrie dans l'espace de la session 2024 du Baccalauréat général (spécialité mathématiques).